

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I INFORMACIJSKIH
TEHNOLOGIJA**

Sveučilišni studij

MODELI PRIJENOSNIH DALEKOVODA ZA RAZLIČITE DULJINE

Završni rad

Dora Delalić

Osijek, 2016.

**FERIT**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA **OSIJEK****Obrazac Z1P - Obrazac za ocjenu završnog rada na preddiplomskom sveučilišnom studiju**

Osijek, 12.05.2017.

Odboru za završne i diplomske ispite

Prijedlog ocjene završnog rada

Ime i prezime studenta:	Dora Delalić
Studij, smjer:	Prediplomski sveučilišni studij Elektrotehnika
Mat. br. studenta, godina upisa:	3646, 02.10.2015.
OIB studenta:	15702999504
Mentor:	Doc.dr.sc. Krešimir Fekete
Sumentor:	
Sumentor iz tvrtke:	
Naslov završnog rada:	Modeli prijenosnih dalekovoda za različite duljine
Znanstvena grana rada:	Elektroenergetika (zn. polje elektrotehnika)
Predložena ocjena završnog rada:	Vrlo dobar (4)
Kratko obrazloženje ocjene prema Kriterijima za ocjenjivanje završnih i diplomskih radova:	Primjena znanja stečenih na fakultetu: 2 bod/boda Postignuti rezultati u odnosu na složenost zadatka: 2 bod/boda Jasnoća pismenog izražavanja: 2 bod/boda Razina samostalnosti: 2 razina
Datum prijedloga ocjene mentora:	12.05.2017.
Datum potvrde ocjene Odbora:	17.05.2017.
Potpis mentora za predaju konačne verzije rada u Studentsku službu pri završetku studija:	Potpis:
	Datum:

**FERIT**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA
I INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA **OSIJEK****IZJAVA O ORIGINALNOSTIRADA**

Osijek, 22.05.2017.

Ime i prezime studenta:

Dora Delalić

Studij:

Preddiplomski sveučilišni studij Elektrotehnika

Mat. br. studenta, godina upisa:

3646, 02.10.2015.

Ephorus podudaranje [%]:

1%

Ovom izjavom izjavljujem da je rad pod nazivom: **Modeli prijenosnih dalekovoda za različite duljine**

izrađen pod vodstvom mentora Doc.dr.sc. Krešimir Fekete

i sumentora

moj vlastiti rad i prema mom najboljem znanju ne sadrži prethodno objavljene ili neobjavljene pisane materijale drugih osoba, osim onih koji su izričito priznati navođenjem literature i drugih izvora informacija.
Izjavljujem da je intelektualni sadržaj navedenog rada proizvod mog vlastitog rada, osim u onom dijelu za koji mi je bila potrebna pomoć mentora, sumentora i drugih osoba, a što je izričito navedeno u radu.

Potpis studenta:

SADRŽAJ:

SADRŽAJ:	1
1. Uvod	2
1.1. Zadatak završnog rada	2
2. PARAMETRI DALEKOVODA	3
2.1. Otpor dalekovoda	6
2.2. Induktivitet	7
2.2.1. Induktivitet jednog vodiča	7
2.2.2. Unutarnji induktivitet	8
2.2.3. Induktivitet nastao zbog vanjskog magnetskog toka	8
2.2.4. Induktivitet jednofaznih vodova	9
2.2.5. Induktivitet trofaznih dalekovoda	10
2.2.5.1. Simetrični vodovi	10
2.2.5.2. Asimetrični razmak	11
2.2.5.3. Preplet vodiča	12
2.3. Kapacitet	13
2.3.1. Kapacitet dalekovoda	13
2.3.2. Kapacitet jednofaznog voda	14
2.3.3. Kapacitet trofaznih vodova	15
3. MODELI DALEKOVODA	18
3.1. Dugački model dalekovoda	18
3.2. Srednji model dalekovoda	22
3.3. Model kratkih dalekovoda	24
4. RJEŠAVANJE ZADATAKA POMOĆU MATLAB-A	25
Zadatak 1	25
Zadatak 2	28
Zadatak 3	30
5. ZAKLJUČAK	32
6. LITERATURA	33
7. SAŽETAK	34
8. ŽIVOTOPIS	35

1. Uvod

Sve oko nas, za rad, treba električnu energiju. Budući da je nemoguće da svako kućanstvo ima svoju elektranu, a isto tako i nepotrebno skupo, dalekovodi su ti koji omogućuju prijenos električne energije od mjesta proizvodnje do krajnjeg korisnika. Ovaj završni rad proučava različite modele dalekovoda obzirom na njihovu duljinu. Za svaki od obrađenih modela, navedene su jednadžbe koje opisuju strujno-naponske prilike na krajevima dalekovoda. Prikazani su primjeri upotrebe svakog opisanog modela. Na kraju je, za svaki tip posebno, obrađen zadatak u MATLAB-u.

Rad se sastoji od 5 glavnih poglavlja i zadnjeg, 6. koji je popis literature korištene tijekom izrade rada. Slijedom izrade znanstvenih i stručnih radova, u uvodnom dijelu postavljena je problematika istraživanja, definiran cilj istraživanja i predložena je struktura rada. U drugom poglavlju dan je uvod u sam pojam dalekovoda, tj. nadzemnih vodova. Treće poglavlje bavi se parametrima dalekovoda i sastoji se od 3 podpoglavlja, gdje svako obađuje jedan od tri glavna parametra dalekovoda. 4. poglavlje govori o različitim modelima pomoću kojih opisujemo dalekovode različitih duljina – dugi, srednji i kratki. Peto je poglavlje zaključak kompletnog rada.

1.1. Zadatak završnog rada

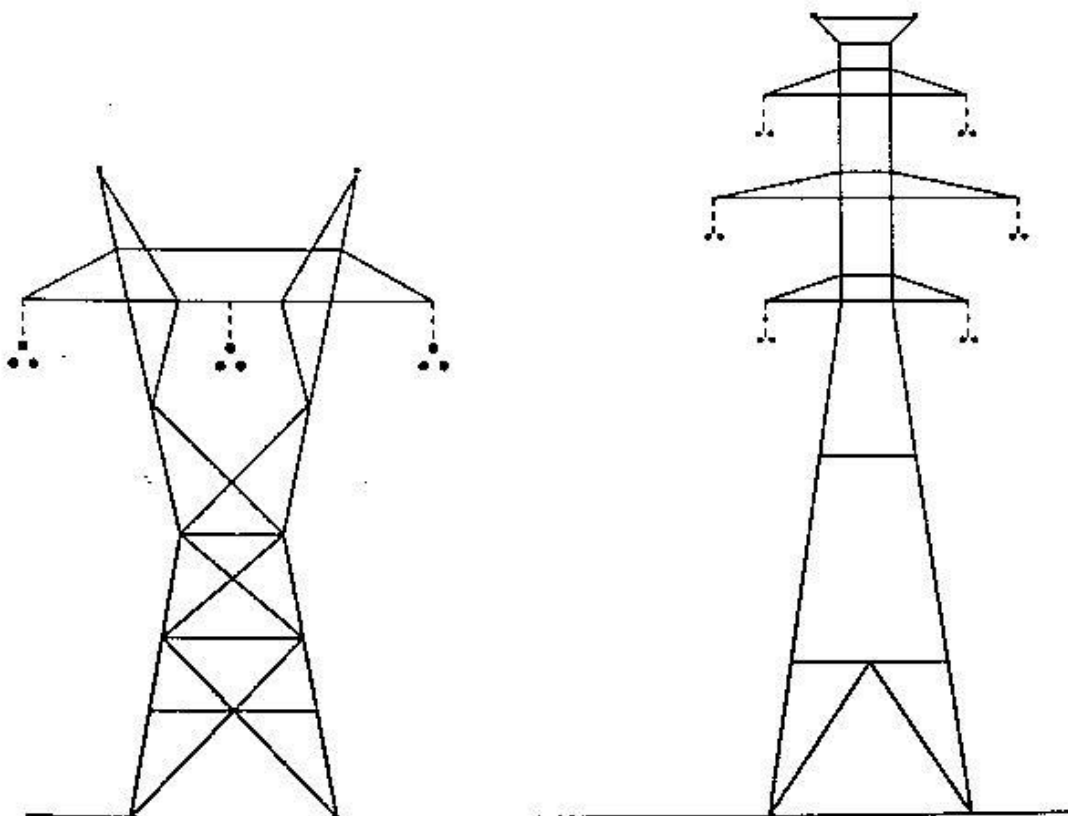
U završnom radu, prvo je potrebno dati teorijski pregled fizikalnih osnova parametara koji opisuju električne prilike na dalekovodima. Zatim je potrebno, detaljno opisati matematičke modele pomoću kojih je moguće računati strujno-naponske prilike na dalekovodu s obzirom na različite duljine dalekovoda. Matematički modeli trebaju biti u matričnoj formi kako bi bili lako primjenjivi za rješavanje pomoću računala. U zadnjem poglavlju, potrebno je izvršiti proračun struja i napona za tri različita dalekovoda pomoću računala, a u svrhu ilustracije prethodno opisanih metoda.

2. PARAMETRI DALEKOVODA

Poglavlje 2. nastalo je prijevodom i prilagodbom teksta iz literature [1] Hadi Saadat – Power System Analysis od 62. do 78. stranice

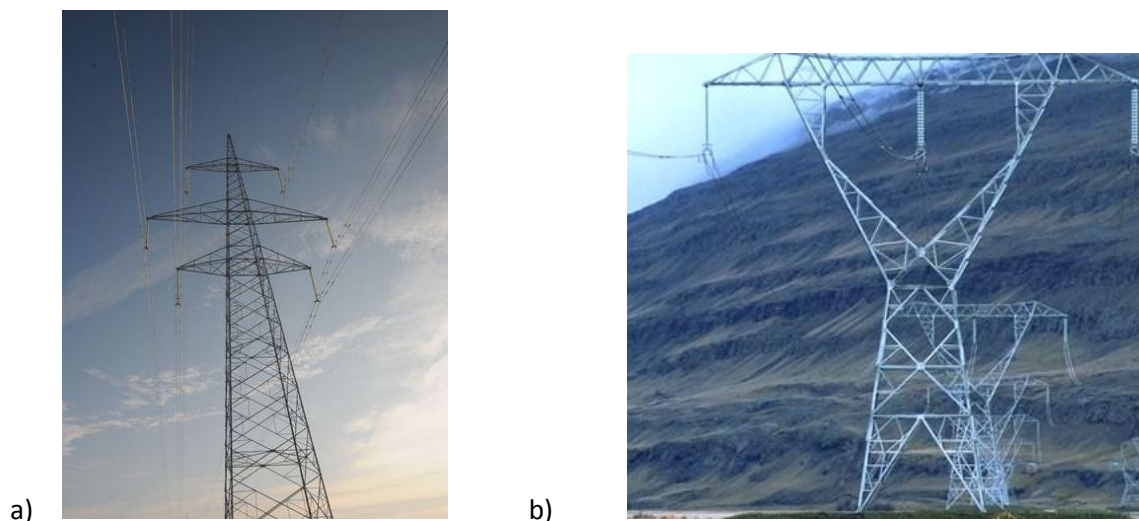
Svrha je prijenosne mreže prijenos električne energije od proizvodnih jedinica na različitim lokacijama do sustava za distribuciju, koji, naposljetku, opskrbljuje teret (opterećenje). Dalekovodi, također, međusobno povezuju susjedne elektroenergetske sustave.

Dalekovod se sastoji od vodiča, izolatora i obično zaštitnih užadi kako je prikazano na slici 2.1. Vodiči dalekovoda obješeni su na tornjeve najčešće napravljeni od željeza, drveta ili armiranog betona. Čelični tornjevi mogu biti s jednim strujnim krugom ili s duplim. Čelični tornjevi s više strujnih krugova (dva) napravljeni su tamo gdje je problem širine trase ili iz ekonomskih razloga. Manje od 1% ukupnih dalekovoda je podzemno. Iako bi podzemni prijenos izmjenične struje predstavljao rješenje nekih ekoloških i estetskih problema vezanih uz nadzemne vodove, postoje tehnički i ekonomski razlozi koji čine prijenos izmjenične struje kroz zemlju iznimno skupim. Izbor ekonomične naponske razine za dalekovode temelji se na količini snage i udaljenosti prijenosa. Napon izabran skupa s izborom veličine vodiča je uglavnom postupak težinskih RI^2 gubitaka, zvučne buke i razine udjela smetnji nasuprot stalnih troškova ulaganja.



Slika 2.1 Tipična rešetkasta struktura za 345-kV dalekovode [1]

U Hrvatskoj se strukture sa slike 2.1. koriste za 400 kV dalekovode.



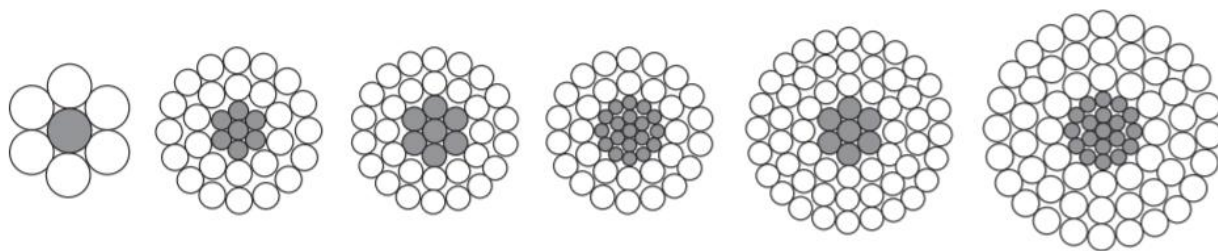
Slika 2.2. a) Dvostruki dalekovod b) Jednostruki dalekovod iz [2]

Elektroenergetski sustav za prijenos i distribuciju električne energije u Republici Hrvatskoj ima mreže razvrstane kako slijedi, a navodi se u [3]:

- Prijenosna mreža s naponima 110 kV, 220 kV i 400 kV,
- Srednjenaponska mreža s naponima 10 kV, 20 kV i 35 kV,
- Niskonaponska mreža 0,4/0,23 kV
- elektroenergetska postrojenja – rasklopišta i transformacije.

Prikazano razvrstavanje električne mreže po naponima je načelno, jer kod priključka velikih potrošača može doći do odstupanja, što ovisi o klasifikaciji i angažiranoj snazi.

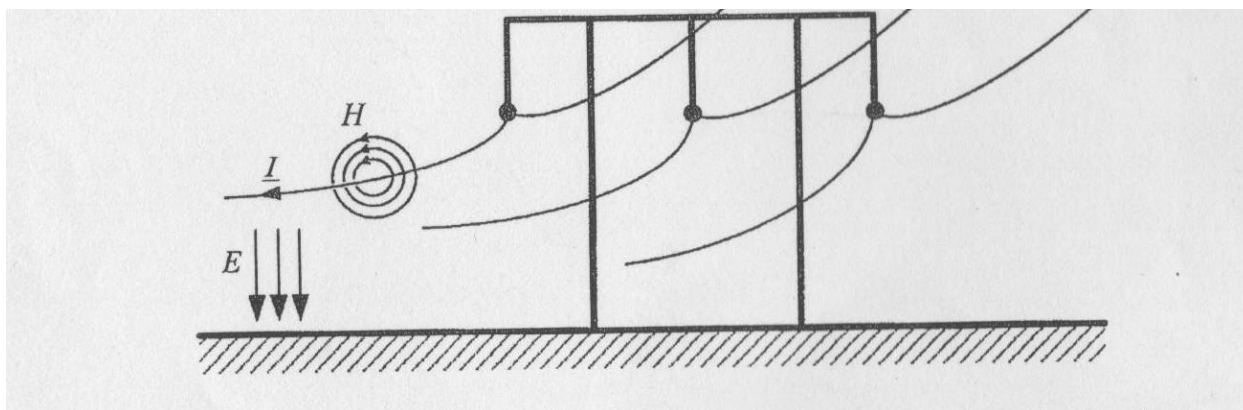
Najčešće korišteni materijali za vodiče za visokonaponske mreže su AlČe (Aluminijski vodič s čeličnom jezgrom), AlAl (potpuno aluminijski vodič), AAAC (vodič napravljen u potpunosti od legure aluminija), ACAR (aluminijski vodič pojačan legurom). Razlog njihove široke rasprostranjenosti je njihova relativno niska cijena i visoki omjer snage i čvrstine u usporedbi s bakrenim vodičima. Uz to, aluminija ima u izobilju, dok je bakar količinski ograničen. Vodiči su pleteni tako da budu elastični. AlČe vodiči sastoje se od jezgrenih vlakana u centu vodiča načinjenih od čelika omoranih slojevima aluminija kako je prikazano na slici 2.3. koja je pronađena u [4]. Svaki sloj vlakana je zavijen u obrnutom smjeru od sebi susjednog sloja. Ovakvo spiraliziranje drži vlakna na mjestu.



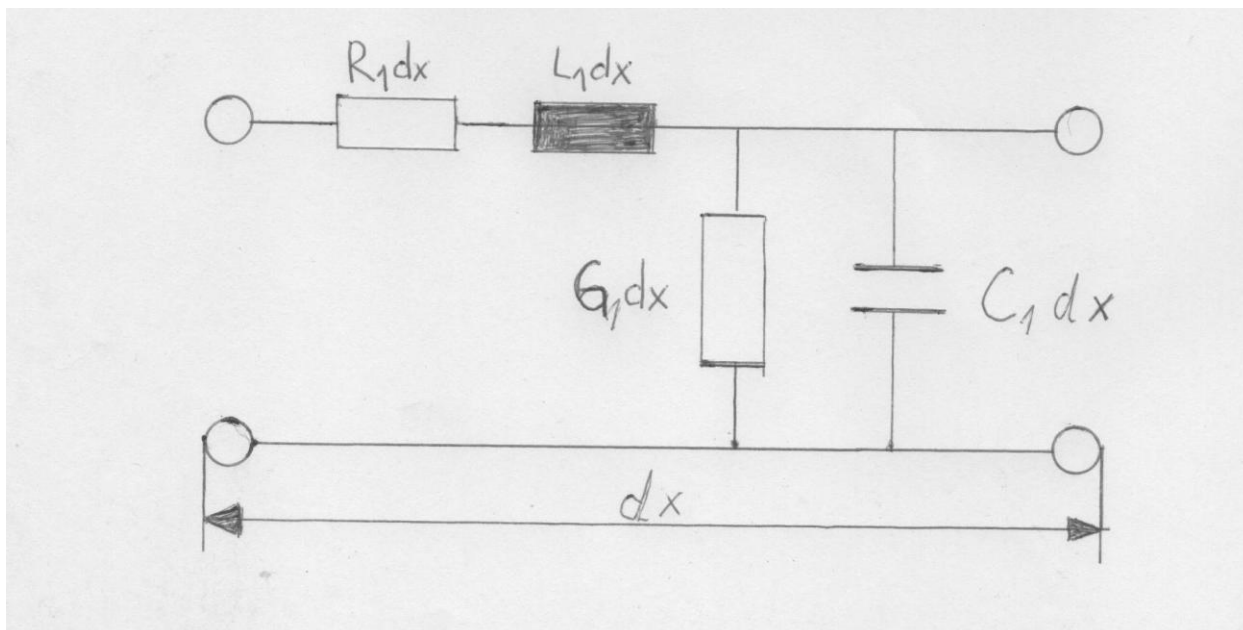
Slika 2.3. Prikaz AlČe vodiča [4]

Kod napona većih od 230 kV, preporuča se koristiti više od jednog vodiča po fazi poznato pod nazivom snop vodiča. Snop se sastoji od dva, tri ili četiri vodiča. Vezivanje vodiča u snop povećava efektivni polumjer linijskog vodiča i smanjuje električno polje oko vodiča, što smanjuje gubitke snage uzrokovane koronom, zvučnu buku i udio smetnje. Još jedna prednost je smanjenje linijske reaktancije.

Svi dalekovodi u elektroenergetskom sustavu pokazuju električna svojstva otpornosti, induktivnosti, kapacitivnosti i vodljivosti (odvoda). Induktivitet i kapacitet posljedica su djelovanja električnog i magnetskog polja u okolini vodiča (slika 2.4.). Ovi su parametri ključni za razvoj modela dalekovoda koji se koriste u analizi elektroenergetskih mreža. Vodljivost se računa za odvodne struje koje teku preko izolatora i ioniziranog puta u zraku. Odvodne struje su neznatne s obzirom na struje kroz dalekovod i mogu se zanemariti. Nadomjesnu shema elemenata voda duljine dx vidimo na slici 2.5.



Slika 2.4. Električno (\vec{E}) i magnetsko (\vec{H}) polje u okolini nadznenog voda iz [5]



Slika 2.5. Nadomjesna shema elemenata voda duljine dx iz [5]

Prvi dio ovog poglavlja bavi se definicijom induktivnosti i kapacitivnosti nadzemnih vodova. Razmatra se koncept srednjeg geometrijskog radijusa ($SGR=GMR$) i srednje geometrijske udaljenosti ($SGU=GMD$) a funkcija $[GMD, GMRL, GMRC]=gmd$ razvijena je za procjenjnu vrijednost SGU i SGR . Funkcija je veoma korisna za računanje induktiviteta i kapaciteta dalekovoda s jednim ili dvama strujnim krugovima s vodičima u snopu. S druge strane, funkcija $[L, C]=gmd2LC$ daje induktivitet dalekovoda u mH/km i kapacitet u $\mu F/km$. Na kraju su razmatrane posljedice elektromagnetske i elektrostatičke indukcije.

2.1. Otpor dalekovoda

Otpor vodiča veoma je bitan pri procjeni učinkovitosti prijenosa i ekonomskim istaživanjima. Otpor protjecanja istosmjerne struje čvrstog okruglog vodiča na određenoj temperaturi dan je izrazom:

$$R_{dc} = \frac{\rho l}{A} \quad (2-1)$$

gdje je ρ = otpornost vodiča

l = duljina vodiča

A = poprečni presjek vodiča

Na otpor vodiča utječu tri faktora: frekvencija, namatanje žice u užad i temperatura.

Kada kroz vodič protječe izmjenična struja, raspodjela struje nije jednolika kroz cijeli poprečni presjek vodiča i gustoća struje najveća je na površini vodiča. Ovo uzrokuje to da je otpor izmjenične struje veći od otpora istosmjerne. Ovo se ponašanje naziva skin efekt. Na 60 Hz, otpor izmjenične struje veći je za otprilike 2% od otpora istosmjerne struje.

Budući da je višežični pleteni vodič spiralan, svako vlakno je duže od ukupnog vodiča. Ovo rezultira neznatno većim otporom nego vrijednost izračunata jednačbom (2.1.)

Otpor vodiča raste porastom temperature. Ova se promjena može smatrati linearnom s rasponom temperature i može se izračunati preko:

$$R_2 = R_1 \frac{T + t_2}{T + t_1} \quad (2-2)$$

gdje R_2 i R_1 predstavljaju otpor vodiča na temperaturi t_2 i t_1 izražene u °C. T je temperaturna konstanta koja ovisi o vrsti materijala. Za aluminij iznos 228.

Zbog gore navedenih učinaka, otpor vodiča najbolje je definiran iz podataka proizvođača.

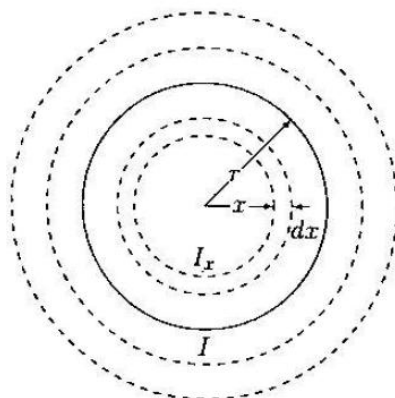
2.2. Induktivitet

2.2.1. Induktivitet jednog vodiča

Vodič kojim protječe struja stvara magnetsko polje oko sebe. Silnice magnetskog polja su koncentrični zatvoreni krugovi sa smjerom danim pravilom desne ruke. Palcem se pokazuje smjer struje, a prsti desne ruke opisuju žicu usmjerenu u smjeru magnetskog polja. Kako se mijenja struja, mijenjaju se silnice i napon induciran u krugu. Po definiciji, za nemagnetske materijale, induktivitet L je omjer ukupnog ulančanog magnetskog toka Ψ i struje I , dan jednažbom

$$\bar{L} = \frac{\bar{\Psi}}{I} \quad (2-3)$$

gdje je Ψ = ulančani magnetski tok dan u Webber-ima [Wb]



Slika 2.6. Prikaz magnetskih silnica oko dugog okruglog vodiča [1]

Zamislimo dugi okrugli vodič promjera r kojim teče struja I kako je prikazano na slici 2.6. Intenzitet magnetskog polja H_x oko kruga radijusa x je konstantan i predstavlja tangentu kružnice. Amperov zakon povezuje H_x sa strujom I_x i dan je jednažbom

$$\int_0^{2\pi x} \bar{H}_x dl = \bar{I}_x \quad (2-4)$$

ili

$$\bar{H}_x = \frac{\bar{I}_x}{2\pi x} \quad (2-5)$$

gdje je \bar{I}_x stuja na polumjeru x . Jednadžba (2-5) je sve što je potrebno za procjenu magnetskog toka Φ vodiča. Induktivitet vodiča može se definirati kao zbroj doprinosa iz ulančanog magnetskog toka iznutra i izvana na vodič.

2.2.2. Unutarnji induktivitet

Jednostavan izraz može se dobiti za unutarnji ulančani magnetski tok zanemarivanjem skin efekta i pod pretpostavkom ujednačene gustoće struje kroz presjek vodiča, tj. jednadžbom:

$$\frac{I}{\pi r^2} = \frac{\bar{I}_x}{\pi x^2} \quad (2-6)$$

Uvrštavanjem jednadžbe (2-6) u jednadžbu (2-5) proizlazi

$$\bar{H}_x = \frac{I}{2\pi r^2} x \quad (2-7)$$

Za nemagnetske vodiče s konstantom permeabilnosti μ_0 , gustoća magnetskog toka, tj. magnetska indukcija, dana je jednadžbama

$$\bar{B}_x = \mu_0 \bar{H}_x$$

Ili

$$\bar{B}_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} x \quad (2-8)$$

gdje je μ_0 permeabilnost slobodnog prostora (ili zraka) i iznosi $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$. Diferencijal magnetskog toka $d\Phi$ za mala područja debljine dx i duljine od jednog metra vodiča iznosi:

$$d\bar{\Phi}_x = \bar{B}_x dx \cdot 1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^2} x dx \quad (2-9)$$

Magnetski tok $d\bar{\Phi}_x$ povezuje samo djeliće vodiča od sredine do polumjera x . Prema tome, pod pretpostavkom jednolične gustoće struje, jedino dio $\frac{\pi x^2}{\pi r^2}$ ukupne struje je povezan preko toka, tj.

$$d\bar{\Psi}_x = \left(\frac{\pi^2}{r^2}\right) d\bar{\Phi}_x = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^4} x^3 dx \quad (2-10)$$

Ukupni tok proizlazi integritanjem $d\bar{\Phi}_x$ od 0 do r

$$\bar{\Psi}_{int} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^4} \int_0^r x^3 dx = \frac{\mu_0 I}{8\pi} \frac{Wb}{m} \quad (2-11)$$

Induktivitet nastao zbog unutarnjeg magnetskog toka je:

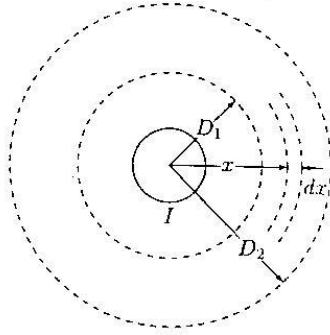
$$L_{int} = \frac{\mu_0}{8\pi} = \frac{1}{2} \times 10^{-7} \frac{H}{m} \quad (2-12)$$

Treba zamjetiti da je L_{int} neovisan o radijusu vodiča r .

2.2.3. Induktivitet nastao zbog vanjskog magnetskog toka

H_x je vanjski dio vodiča na radijusu $x > r$ kako je prikazano na slici 2.7. Budući da se krug na radijusu x približava ukupnoj struji, $\bar{I}_x = \bar{I}$ i u jednadžbi (2-5) zamjeni se \bar{I}_x s \bar{I} i gustoća magnetskog toka, tj. magnetska indukcija na radijusu x postaje

$$B_x = \mu_0 H_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \quad (2-13)$$



Slika 2.7. Ulančani magnetski tok između D_1 i D_2 [1]

Budući da je ukupna struja I povezana magnetskim tokom izvan vodiča, ulančani tok $d\Psi_x$ brojčano je jednak toku $d\Phi_x$. Diferencijal magnetskog toka $d\Phi_x$, za mala područja debljine dx i duljine vodiča od jednog metra dan je jednačbom

$$d\Phi_x = B_x \cdot 1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx \quad (2-14)$$

Vanjski tok između dvije točke D_1 i D_2 dobiva se integriranjem $d\Phi_x$, od D_1 do D_2

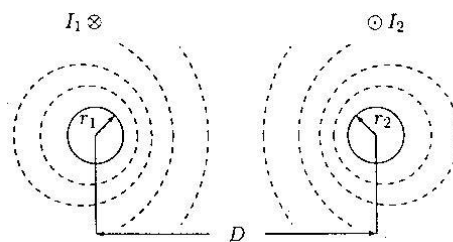
$$\bar{\Psi}_{ext} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_{D_1}^{D_2} \frac{1}{x} dx = 2 \times 10^{-7} I \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ Wb/m} \quad (2-15)$$

Induktivitet između dvije vanjske točke u vodiču je:

$$L_{ext} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_2}{D_1} \text{ H/m} \quad (2-16)$$

2.2.4. Induktivitet jednofaznih vodova

Uzmimo duljinu od jednog metra jednofaznog voda koji se sastoji od dvaju čvrstih okruglih vodiča radijusa r_1 i r_2 kako je prikazano na slici 2.8. Dva su vodiča na udaljenosti D . Vodič 1 nositelj je fazorske struje I_1 , a vodič 2 povratnu struju $I_2 = -I_1$. Ove struje stvaraju silnice magnetskog polja koje se preklapaju između vodiča kako je prikazano.



Slika 2.8. Jednofazni dvožičani vod [1]

Indukcija vodiča 1 nastala zbog unutarnjeg toka dana (2-12) Tok ispod D povezuje mrežnu struju nule i ne utječe na mrežni magnetski tok u krugu. Stoga, kako bismo dobili indukciju vodiča 1 nastalu zbog mrežnog vanjskog magnetskog polja, potrebno je izračunati (2-16) od $D_1 = r_1$ do $D_2 = D$

$$L_{1(ext)} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1} \text{ H/m} \quad (2-17)$$

Ukupni induktivitet vodiča onda iznosi:

$$L_1 = \frac{1}{2} \times 10^{-7} + 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_1} \text{ H/m} \quad (2-18)$$

Jednadžba (2-18) često se raspisuje kako slijedi:

$$\begin{aligned} L_1 &= 2 \times 10^{-7} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{r_1} \right) \\ &= 2 \times 10^{-7} \left(\ln e^{\frac{1}{4}} + \ln \frac{1}{r_1} + \ln \frac{D}{1} \right) \\ &= 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r_1 e^{-\frac{1}{4}}} + \ln \frac{D}{1} \right) \end{aligned} \quad (2-19)$$

Neka je $r' = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$, induktivitet vodiča 1 postaje

$$L_1 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r'} + 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{1} \text{ H/m} \quad (2-20)$$

Slično tome, induktivitet vodiča 2 je

$$L_2 = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r_2} + 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{1} \text{ H/m} \quad (2-21)$$

Ako su dva vodiča jednaka, $r_1 = r_2 = r$ i $L_1 = L_2 = L$, i induktivitet po fazi po metru duljine voda dan je

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r'} + 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{1} \text{ H/m} \quad (2-22)$$

Prvi član tog izraza, $2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{r'}$, zapravo je funkcija radijusa. Ovaj se dio smatra indukcijom nastalom zbog unutarnjeg i vanjskog toka vodiča 1 na radijusu 1 m. Drugi dio izraza, $2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{1}$, ovisi samo o razmaku vodiča. Ovo je poznato pod nazivom faktor indukcije zbog udaljenosti. Oba pojma obično su prikazana kao induktivna reaktancija pri 50Hz.

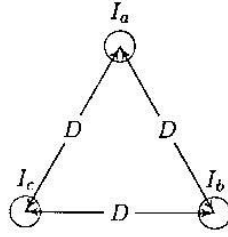
Pojam $r' = r_1 e^{-\frac{1}{4}}$ poznat je kao matematički izraz za vlastitu srednju geometrijsku udaljenost kruga s radijusom r i izjednačava se sa SGR. r' može se smatrati radijusom zamišljenog vodiča za kojeg se pretpostavlja da nema unutarnjeg toka ali ima jednaku indukciju kao pravi vodič radijusa r . SGR se obično odnosi na srednji geometrijski radijus i bit će prikazan s D_s . Stoga, induktivitet po fazi u milihenrijima po kilometru postaje:

$$L = 0,2 \ln \frac{D}{D_s} \text{ mH/km} \quad (2-23)$$

2.2.5. Induktivitet trofaznih dalekovoda

2.2.5.1. Simetrični vodovi

Uzmimo duljinu od jednog metra trofaznog voda s tri vodiča, svaki s radijusom r , simetričnog razmaka u trokut konfiguracije prikazane na slici 2.9.



Slika 2.9. Trofazni vod sa simetričnim razmakom [1]

Pretpostavljajući simetrični trofazni sustav struja, imamo:

$$\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 0 \quad (2-24)$$

Iz (2-29), ukupni ulančani tok faze a vodiča je:

$$\bar{\Psi}_a = 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D} \right) \quad (2-25)$$

Mijenjajući $\bar{I}_b + \bar{I}_c = -\bar{I}_a$

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_a &= 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} - \bar{I}_a \ln \frac{1}{D} \right) \\ &= 2 \times 10^{-7} \bar{I}_a \ln \frac{D}{r'} \end{aligned} \quad (2-26)$$

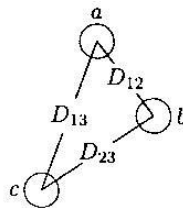
Zbog simetrije, $\bar{\Psi}_b = \bar{\Psi}_c = \bar{\Psi}_a$, i tri su induktiviteta jednaka. Stoga, induktivitet faze po kilometru duljine je:

$$L = 0.2 \ln \frac{D}{D_s} \text{ mH/km} \quad (2-27)$$

Gdje je r' srednji geometrijski radijus, SGR, prikazan preko D_s . Za čvrste okrugle vodiče, $D_s = r e^{-\frac{1}{4}}$ za prepletene vodiče D_s

2.2.5.2. Asimetrični razmak

Dalekovodi u praksi ne mogu očuvati simetrični razmak vodiča zbog konstrukcije. S asimetričnim razmakom, makar i sa strujama koje jesu simetrične, pad napona zbog indukcije dalekovoda bit će nesimetričan. Uzmimo duljinu od jednog metra trofaznog voda s tri vodiča, svaki s radijusom r . Vodiči su asimetričnog razmaka s udaljenostima prikazanim na slici 2.10.



Slika 2.10. Trofazni vod s asimetričnim razmakom iz [1]

$$\begin{aligned}
\bar{\Psi}_a &= 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{12}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_{13}} \right) \\
\bar{\Psi}_b &= 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{D_{12}} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_{23}} \right) \\
\bar{\Psi}_c &= 2 \times 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{D_{13}} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{23}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{r'} \right)
\end{aligned} \tag{2-28}$$

Ili u matičnom obliku:

$$\bar{\Psi} = L \bar{I} \tag{2-29}$$

Gdje su simetrični induktiviteti matrice L dani preko:

$$L = 2 \times 10^{-7} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{r'} & \ln \frac{1}{D_{12}} & \ln \frac{1}{D_{13}} \\ \ln \frac{1}{D_{12}} & \ln \frac{1}{r'} & \ln \frac{1}{D_{23}} \\ \ln \frac{1}{D_{13}} & \ln \frac{1}{D_{23}} & \ln \frac{1}{r'} \end{bmatrix} \tag{2-30}$$

Za simetrične trofazne struje s \bar{I}_a kao referentnom, imamo

$$\begin{aligned}
\bar{I}_b &= \bar{I}_a \angle 240^\circ = a^2 \bar{I}_a \\
\bar{I}_c &= \bar{I}_a \angle 120^\circ = a \bar{I}_a
\end{aligned} \tag{2-31}$$

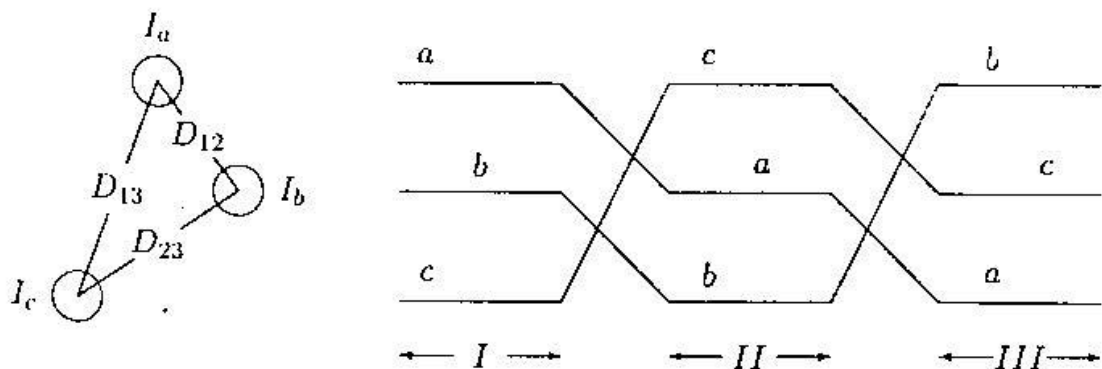
Gdje je operator $a = 1 \angle 120^\circ$ i $a^2 = 1 \angle 240^\circ$. Uvrštavanjem u (2-28) dobivamo:

$$\begin{aligned}
L_a = \frac{\bar{\Psi}_a}{\bar{I}_a} &= 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r'} + a^2 \ln \frac{1}{D_{12}} + a \ln \frac{1}{D_{13}} \right) \\
L_b = \frac{\bar{\Psi}_b}{\bar{I}_b} &= 2 \times 10^{-7} \left(a \ln \frac{1}{D_{12}} + \ln \frac{1}{r'} + a^2 \ln \frac{1}{D_{23}} \right) \\
L_c = \frac{\bar{\Psi}_c}{\bar{I}_c} &= 2 \times 10^{-7} \left(a^2 \ln \frac{1}{D_{13}} + a \ln \frac{1}{D_{23}} + \ln \frac{1}{r'} \right)
\end{aligned} \tag{2-32}$$

Ispitivanje (2-32) pokazuje da fazni induktiviteti nisu jednaki i sadrže imaginarni dio zbog međui indukcije.

2.2.5.3. Preplet vodiča

Model po fazama dalekovoda neophodan je u analizi elektroenergetskih sustava. Jedan od načina kako ponovno dobiti simetriju u dobrim mjerenjima i dobiti fazni model jest razmatranje premještanja. Ovo se sastoji od izmjenjivanja faznih konfiguracija na svakoj trećini duljine tako da se svaki vodič pomakne tako da zauzme sljedeći položaj redovitim redoslijedom. To je prikazano na slici 2.11.



Slika 2.11. Preplet trofaznog dalekovoda iz [1]

$$L = \frac{L_a + L_b + L_c}{3} \quad (2-33)$$

Uzimajući u obzir da $a + a^2 = 1 \angle 120^\circ + 1 \angle 240^\circ = -1$, srednja vrijednost (2.32.) postaje:

$$L = \frac{2 \times 10^{-7}}{3} \left(3 \ln \frac{1}{r'} - \ln \frac{1}{D_{12}} - \ln \frac{1}{D_{23}} - \ln \frac{1}{D_{13}} \right)$$

Ili

$$\begin{aligned} L &= 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r'} - \ln \frac{1}{(D_{12} D_{23} D_{13})^{\frac{1}{3}}} \right) \\ &= 2 \times 10^{-7} \ln \frac{(D_{12} D_{23} D_{13})^{\frac{1}{3}}}{r'} \end{aligned} \quad (2-34)$$

Ili indukcija po fazi po kilometru duljine je:

$$L = 0.2 \ln \frac{SGU}{D_s} \text{ mH/km} \quad (2-35)$$

Gdje

$$SGU = \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{13}} \quad (2-36)$$

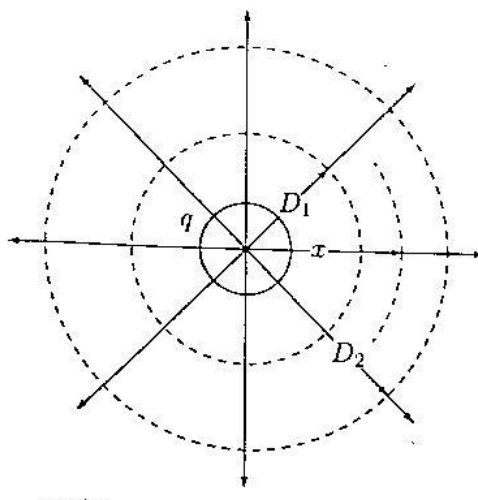
Ovo je opet ista forma kao i izraz za indukciju jedne fazne jednofaznog voda. SGU (srednja geometrijska udaljenost) je ekvivalent razmaka vodiča. Za gora navedeni trofazni vod je treći korijen umnoška udaljenosti tri fazne. D_s je srednju geometrijski radijus, SGR. Za čvrste vodiče, $D_s = r' = r e^{-\frac{1}{4}}$. U modernim dalekovodima, preplet se općenito ne koristi. Ipak, za svrhu modeliranja, najpraktičnije je smatrati krug prepletenim. Greška dobivena tom pretpostavkom je vrlo mala.

2.3. Kapacitet

2.3.1. Kapacitet dalekovoda

Po definiciji, kapacitet C je omjer naboja q i napona V dana formulom:

$$\bar{C} = \frac{q}{\bar{V}}$$



Slika 2.12. Električno polje oko dugog okruglog vodiča [1]

Intenzitet polja u bilo kojoj točki definiran je silom po jedinici naboja i naziva se jakost električnog polja, E . Koncentrični cilindri koji okružuju vodič su ekvipotencijalne površine i imaju jednaku gustoću električnog toka. Iz Gaussovog zakona, za jedan metar duljine vodiča, gustoća električnog polja cilindra radijusa x dana je:

$$D = \frac{q}{A} = \frac{q}{2\pi x(1)} \quad (2-37)$$

Jakost električnog polja E dobiva se pomoću relacije:

$$\bar{E} = \frac{D}{\varepsilon_0} \quad (2-38)$$

Gdje je ε_0 permeabilnost vakuumu i iznosi $8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$. Uvrštavanjem (2-37) u (2-38) dobivamo:

$$\bar{E} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 x} \quad (2-39)$$

Razlika potencijala između cilindara od D_1 do D_2 definira se kao rad dobiven kretanjem jedinice naboja od 1 C od D_2 do D_1 kroz električno polje izazvano nabojem vodiča. Ovo je dano jednadžbom:

$$\bar{V}_{12} = \int_{D_1}^{D_2} \bar{E} dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 x} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 x} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad (2-40)$$

2.3.2. Kapacitet jednofaznog voda

Uzmimo vodič duljine jedan metar jednofaznog voda, koji se sastoji od dva čvrsta okrugla vodiča, svaki radijusa r . Dva su vodiča udaljena jedan od drugog za D . Vodič 1 nosi naboj $q_1 \text{ As/m}$, a vodič 2 nosi naboj $q_2 \text{ As/m}$. Udaljenost između žica, D , je u odnosu na r , puno veća, stoga se pretpostavlja da je naboj jednak na površini vodiča kao i drugdje.

Pretpostavljajući da vodič 1 sam ima naboj q_1 , napon između vodiča 1 i 2 je:

$$\bar{V}_{12(q_1)} = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0 x} \ln \frac{D}{r} \quad (2-41)$$

Sada uzmimo samo vodič 2, koji ima naboj q_2 , napon između vodiča 2 i 1 je:

$$\bar{V}_{21(q_2)} = \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0 x} \ln \frac{D}{r} \quad (2-42)$$

Iz principa superpozicije, razlika potencijala oba naboja je:

$$\bar{V}_{12} = \bar{V}_{12(q_1)} + \bar{V}_{21(q_2)} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 x} \ln \frac{D}{r} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0 x} \ln \frac{D}{r} \quad (2-43)$$

Za jednofazni vod, $q_2 = -q_1 = -q$ tako da (2-43) postaje:

$$\bar{V}_{12} = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r} F/m \quad (2-44)$$

Kapacitet između vodiča iznosi:

$$\bar{C}_{12} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} F/m \quad (2-45)$$

Budući da je napon nultog vodiča jednak polovici V_{12} , kapacitet je $C = 2\bar{C}_{12}$:

$$\bar{C} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}} F/m \quad (2-46)$$

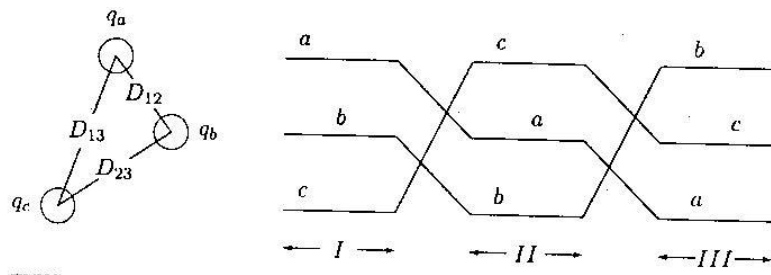
Ako uvrstimo da je $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} F/m$ i prebacujući sve u $\mu F/km$ dobivamo:

$$\bar{C} = \frac{0.0556}{\ln \frac{D}{r}} \mu F/m \quad (2-47)$$

Za razliku od računanja induktiviteta po fazi, kod kojeg je korišten SGR, kod kapaciteta se koristi pravi radijus r vodiča.

2.3.3. Kapacitet trofaznih vodova

Uzmimo vodič duljine jedan metar trofaznog voda s tri duga vodiča, svaki radijusa r , s razmakom vodiča kao na slici 2.13.



Slika 2.13. Raspored vodiča u trofaznom vodu [1]

Budući da imamo simetričan trofazni sustav, vrijedi:

$$q_a + q_b + q_c = 0 \quad (2-48)$$

Zanemarimo učinak zemlje i zaštitnih užadi. Pretpostavimo je vod prepleten. Računamo razliku potencijala između a i b za svaki dio prepleta. Primjenom (2-47), prvi dio prepleta, V_{ab} je:

$$\bar{V}_{ab(I)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_{12}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{12}} + q_c \ln \frac{D_{23}}{D_{13}} \right) \quad (2-49)$$

Slično tome, za drugi dio prepleta imamo:

$$\bar{V}_{ab(II)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_{23}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{23}} + q_c \ln \frac{D_{13}}{D_{12}} \right) \quad (2-50)$$

Za zadnji dio:

$$\bar{V}_{ab(III)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_{13}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{13}} + q_c \ln \frac{D_{12}}{D_{23}} \right) \quad (2-51)$$

Prosječna vrijednost V_{ab} je:

$$\bar{V}_{ab} = \frac{1}{(3)2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_{12}D_{23}D_{13}}{r^3} + q_b \ln \frac{r^3}{D_{12}D_{23}D_{13}} + q_c \ln \frac{D_{12}D_{23}D_{13}}{D_{12}D_{23}D_{13}} \right) \quad (2-52)$$

Ili

$$\bar{V}_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{(D_{12}D_{23}D_{13})^{\frac{1}{3}}}{r} + q_b \ln \frac{r}{(D_{12}D_{23}D_{13})^{\frac{1}{3}}} \right) \quad (2-53)$$

Primjetnimo da se SGU vodiča pojavljuje u argumentu logaritma i dana je kao:

$$SGU = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{13}} \quad (2-54)$$

Stoga, V_{ab} je:

$$\bar{V}_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{SGU}{r} + q_b \ln \frac{r}{SGU} \right) \quad (2-55)$$

Slično tome, prosječan napon V_{ar} je:

$$\bar{V}_{ar} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{SGU}{r} + q_c \ln \frac{r}{SGU} \right) \quad (2-56)$$

Zbrajanjem (2-55) i (2-56) i zamjenom $q_b + q_c = -q_a$ imamo:

$$\bar{V}_{ab} + \bar{V}_{ar} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(2q_a \ln \frac{SGU}{r} + q_a \ln \frac{r}{SGU} \right) = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{SGU}{r} \quad (2-57)$$

Za simetrični trofazni napon:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{ab} &= \bar{V}_{an} \angle 0^\circ - \bar{V}_{an} \angle -120^\circ \\ \bar{V}_{ar} &= \bar{V}_{an} \angle 0^\circ - \bar{V}_{an} \angle -240^\circ \end{aligned} \quad (2-58)$$

Stoga,

$$\bar{V}_{ab} + \bar{V}_{ac} = 3\bar{V}_{an} \quad (2-59)$$

Uvrštavanjem u (2-57), kapacitet po fazi nultog vodiča jest:

$$\bar{C} = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{SGU}{r}} F/m \quad (2-60)$$

Ili kapacitet nultog vodiča u $\mu F/km$ je:

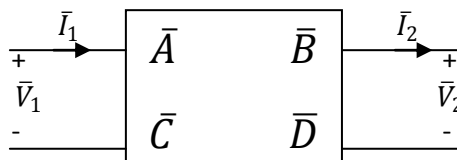
$$\bar{C} = \frac{0.0556}{\ln \frac{SGU}{r}} \mu F/km \quad (2-61)$$

Ovo je istog oblika kao i kapacitet jednofaznog voda. SGU je ekvivalent udaljenosti vodiča. Za gornji trofazni vod, on je treći korijen umnoška udaljenosti svih triju faza.

3. MODELI DALEKOVODA

U prošlom poglavlju bavili smo se razumjevanjem parametara po fazi dalekovoda. Ovo poglavlje govori o modelima samih dalekovoda.

Dalekovod se može prikazati kao dvoprilaz kao na slici 3.1.



Slika 3.1. Prikaz dalekovoda kao dvoprilaz [1] – slika prilagođena hrvatskim oznakama

Prijenosne jednadžbe dvoprilaza glase:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 &= \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2\end{aligned}\tag{3-1}$$

Ili u matričnom obliku

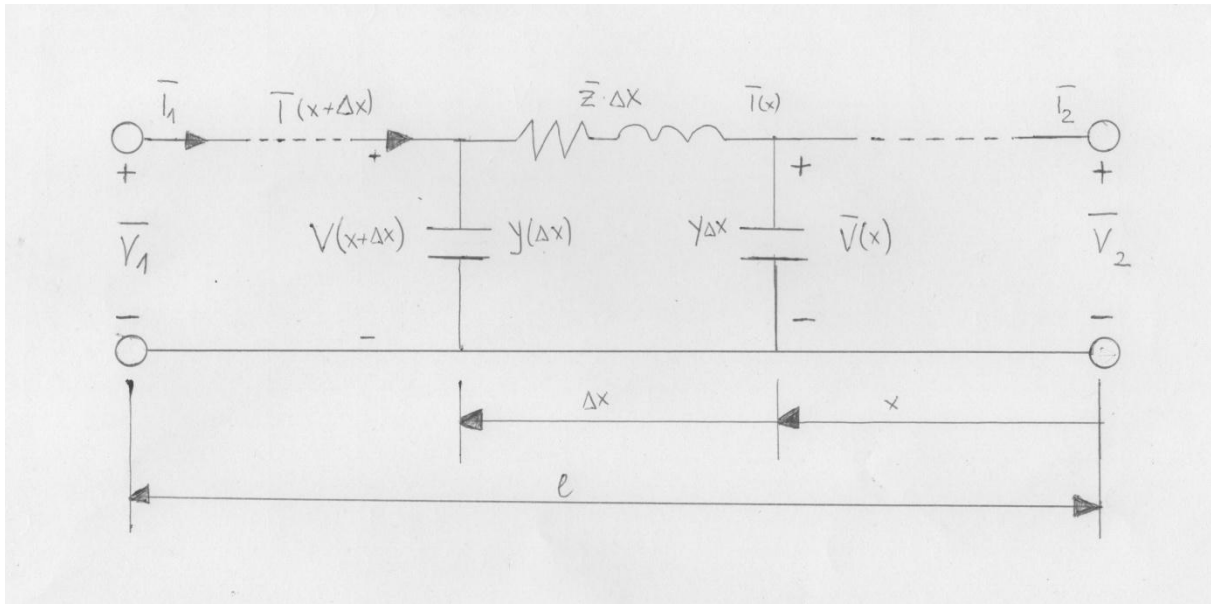
$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}\tag{3-2}$$

Gdje matrica $\begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix}$ predstavlja lančanu matricu $[\bar{L}]$

Model preko kojeg su izračunati napon, struja i protoci snage ovisi o duljini samog dalekovoda.

3.1. Dugački model dalekovoda

Za vodove dulje od 250km i za točnija rješenja, treba se uzeti u obzir točan utjecaj parametara. U ovom poglavlju izvedene su relacije za napon i struju na bilo kojoj točki voda. Prikazana je točna π – shema, tako da su uzeti u obzir svi parametri kako je prikazano na slici 3.2.



Slika 3.2. Jednofazni prikaz beskonačno malog djelića dugog dalekovoda sa svim parametrima [1] – slika prilagođena hrvatskim oznakama

Iz KZN-a¹:

$$\bar{V}(x + \Delta x) = \bar{V}(x) + \bar{z}\Delta x \bar{I}(x) \quad (3-3)$$

ili

$$\frac{\bar{V}(x+\Delta x) - \bar{V}(x)}{\Delta x} = \bar{z} \bar{I}(x) \quad (3-4)$$

Ako uzemo granicu gdje $\Delta x \rightarrow 0$, imamo

$$\frac{d\bar{V}(x)}{dx} = \bar{z} \bar{I}(x) \quad (3-5)$$

Iz KZS-a²:

$$\bar{I}(x + \Delta x) = \bar{I}(x) + \bar{y}\Delta x \bar{V}(x + \Delta x) \quad (3-6)$$

ili

$$\frac{\bar{I}(x+\Delta x) - \bar{I}(x)}{\Delta x} = \bar{y} \bar{V}(x + \Delta x) \quad (3-7)$$

Diferenciranjem (3-4) i uvrštavanjem u (3-7) dobivamo:

$$\frac{d^2 \bar{V}(x)}{dx^2} = \bar{z} \frac{d\bar{I}(x)}{dx} = \bar{z} \bar{y} \bar{V}(x) \quad (3-8)$$

¹ Kirchhoffov zakon električnih napona: Suma električnih napona unutar zatvorene petlje električne mreže jednaka je nuli

² Kirchhoffov zakon električnih struja: U svakom čvoru električne mreže zbroj električnih struja koje ulaze u čvor jednak je zbroju struja koje izlaze iz čvora

Neka je:

$$\bar{\gamma}^2 = \bar{Z}\bar{Y} \quad (3-9)$$

Diferencijalna jednačina drugog stupnja dat će rezultat

$$\frac{d^2 \bar{V}(x)}{dx^2} - \bar{\gamma}^2 \bar{V}(x) = 0 \quad (3-10)$$

Rješenje gornje jednačine je:

$$\bar{V}(x) = A_1 e^{\bar{\gamma}x} + A_2 e^{-\bar{\gamma}x} \quad (3-11)$$

Gdje je $\bar{\gamma}$ konstanta prodiranja i u kompleksnom obliku izgleda:

$$\bar{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{\bar{Z}_1 \bar{Y}_1} = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)} \quad (3-12)$$

Relani dio α je konstanta prigušenja, a imaginarni dio β je fazna konstanta mjerena u radijanima po jedinici duljine

Iz (3-4) struja je

$$\begin{aligned} \bar{I}(x) &= \frac{1}{\bar{Z}} \frac{d\bar{V}(x)}{dx} = \frac{\bar{\gamma}}{\bar{Z}} (A_1 e^{\bar{\gamma}x} - A_2 e^{-\bar{\gamma}x}) \\ &= \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{\bar{Z}}} (A_1 e^{\bar{\gamma}x} - A_2 e^{-\bar{\gamma}x}) \end{aligned} \quad (3-13)$$

Ili

$$\bar{I}(x) = \frac{1}{\bar{Z}_c} (A_1 e^{\bar{\gamma}x} - A_2 e^{-\bar{\gamma}x}) \quad (3-14)$$

Gdje je \bar{Z}_c karakteristična impendancija dana preko:

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Y}_1}} \quad (3-15)$$

Kako bismo izračunali konstante A_1 i A_2 uzimamo da je $x = 0$, $\bar{V}(x) = \bar{V}_2$ i $\bar{I}(x) = \bar{I}_2$. Iz (3-11) i (3-14) dobivamo konstante kako slijedi:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\bar{V}_2 + \bar{Z}_c \bar{I}_2}{2} \\ A_2 &= \frac{\bar{V}_2 - \bar{Z}_c \bar{I}_2}{2} \end{aligned} \quad (3-16)$$

Uvrštavanjem u (3-11) i (3-14) općeniti izraz za napon i struju dugog voda postaje:

$$\bar{V}(x) = \frac{\bar{V}_2 + \bar{Z}_c \bar{I}_2}{2} e^{\bar{\gamma}x} + \frac{\bar{V}_2 - \bar{Z}_c \bar{I}_2}{2} e^{-\bar{\gamma}x} \quad (3-17)$$

$$\bar{I}(x) = \frac{\bar{V}_2 + \bar{I}_2 \bar{Z}_c}{2} e^{\bar{\gamma}x} - \frac{\bar{V}_2 - \bar{I}_2 \bar{Z}_c}{2} e^{-\bar{\gamma}x} \quad (3-18)$$

Jednadžbe struja i napona mogu se napisati i kako slijedi:

$$\bar{V}(x) = \frac{e^{\bar{Y}x} + e^{-\bar{Y}x}}{2} \bar{V}_2 + \bar{Z}_c \frac{e^{\bar{Y}x} - e^{-\bar{Y}x}}{2} \bar{I}_2 \quad (3-19)$$

$$\bar{I}(x) = \frac{1}{\bar{Z}_c} \frac{e^{\bar{Y}x} - e^{-\bar{Y}x}}{2} \bar{V}_2 + \frac{e^{\bar{Y}x} + e^{-\bar{Y}x}}{2} \bar{I}_2 \quad (3-20)$$

Uvrštavanjem hiperbolnih funkcija \sinh i \cosh , gornje jednadžbe dobivaju oblik:

$$\bar{V}(x) = \cosh \bar{Y}x \bar{V}_2 + \bar{Z}_c \sinh \bar{Y}x \bar{I}_2 \quad (3-21)$$

$$\bar{I}(x) = \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{Y}x \bar{V}_2 + \cosh \bar{Y}x \bar{I}_2 \quad (3-22)$$

Ako uvrstimo da je $x = l$, $V(x) = V(l) = \bar{V}_1$, $I(x) = I(l) = \bar{I}_1$

$$\bar{V}_1 = \cosh \bar{Y}l \bar{V}_2 + \bar{Z}_c \sinh \bar{Y}l \bar{I}_2 \quad (3-23)$$

$$\bar{I}_1 = \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{Y}l \bar{V}_2 + \cosh \bar{Y}l \bar{I}_2 \quad (3-24)$$

Preslikavajući to u matrični oblik s konstantama \overline{ABCD} , imamo:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

gdje su

$$\bar{A} = \cosh \bar{Y}l \quad \bar{B} = \bar{Z}_c \sinh \bar{Y}l \quad (3-25)$$

$$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{Y}l \quad \bar{D} = \cosh \bar{Y}l \quad (3-26)$$

Sada je moguće pronaći točan ekvivalent $\pi - sheme$ kako je prikazano na slici 3.3. Slično kao i za $\pi - shemu$, za ekvivalent modela imamo:

$$\bar{V}_1 = \left(1 + \frac{\bar{Z}'\bar{Y}'}{2}\right) \bar{V}_2 + \bar{Z}'\bar{I}_2 \quad (3-27)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{Y}' \left(1 + \frac{\bar{Z}'\bar{Y}'}{4}\right) \bar{V}_2 + \left(1 + \frac{\bar{Z}'\bar{Y}'}{2}\right) \bar{I}_2 \quad (3-28)$$

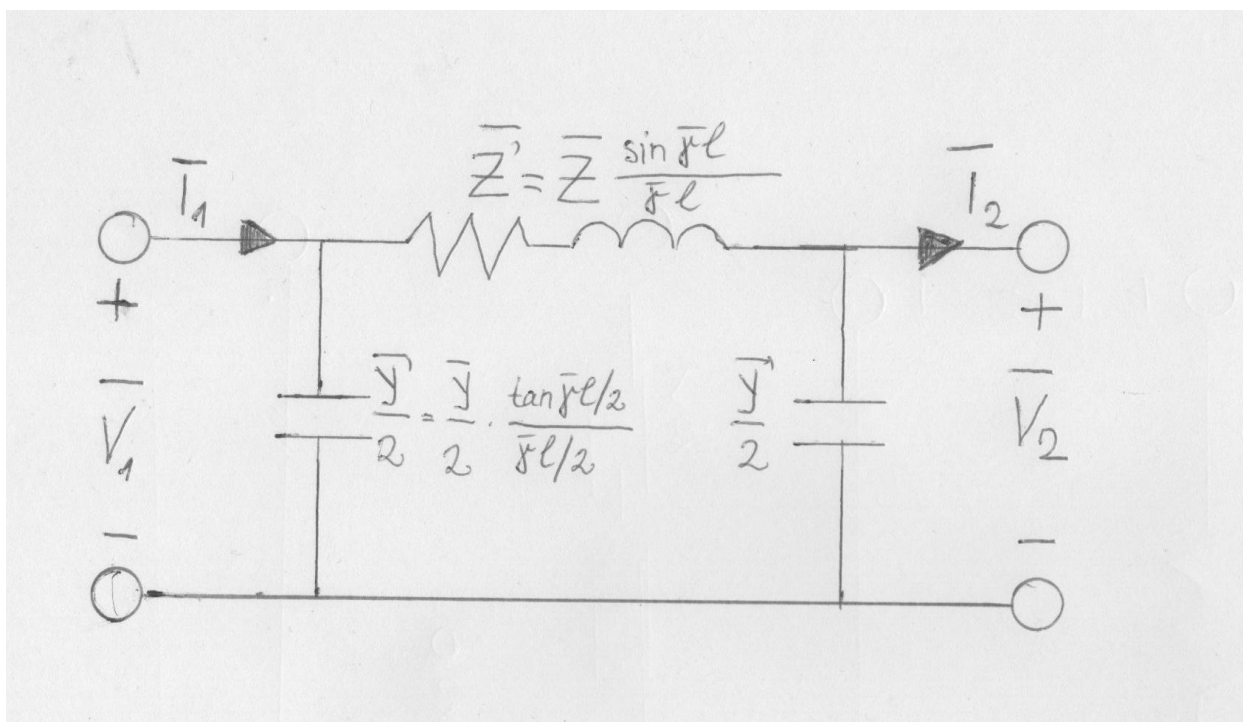
Koristeći relaciju:

$$\tanh \frac{\bar{Y}l}{2} = \frac{\cosh \bar{Y}l - 1}{\sinh \bar{Y}l} \quad (3-29)$$

Dobili smo parametre ekvivalentne $\pi - sheme$

$$\bar{Z}' = \bar{Z}_c \sinh \bar{Y}l = \bar{Z} \frac{\sinh \bar{Y}l}{\bar{Y}l} \quad (3-31)$$

$$\bar{Y}' = \frac{1}{\bar{Z}_c} \tanh \frac{\bar{Y}l}{2} = \frac{\bar{Y}}{2} \frac{\tanh \bar{Y}l/2}{\bar{Y}l/2} \quad (3-32)$$



Slika 3.3. Ekvivalentna π – shema za duge vodove [1] – slika prilagođena hrvatskim oznakama

3.2. Srednji model dalekovoda

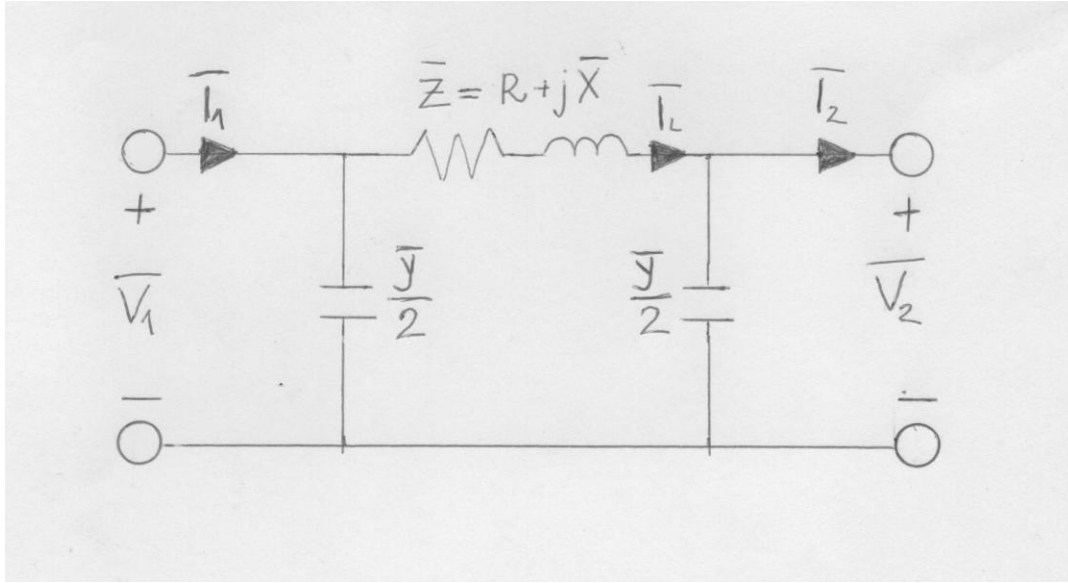
Vodovi između 80 i 250 km duljine smatraju se srednje dugim vodovima. Ovakav dalekovod, može se nadomijestiti tzv. približnom π shemom koja je prikazana na slici 3.4. \bar{Z} je ukupna serijska impendancija dana

$$\begin{aligned}\bar{Z} &= (R_1 + j\omega L_1)l \\ &= R + j\bar{X}\end{aligned}\quad (3-33)$$

a \bar{Y} je poprečna admintancije voda dana preko:

$$\bar{Y} = (G_1 + j\omega \bar{C}_1)l \quad (3-34)$$

U normalnim se uvjetima G_1 zanemaruje i iznosi 0. \bar{C}_1 je kapacitet po km, a l je duljina voda.



Slika 3.4. Približna π – shema [1] – slika prilagođena hrvatskim oznakama

Iz KZS-a, struja \bar{I}_{12} jednaka je:

$$\bar{I}_{12} = \bar{I}_2 + \frac{\bar{Y}}{2} \bar{V}_2 \quad (3-35)$$

Iz KZN-a, napon \bar{V}_1 je

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z} \bar{I}_{12} \quad (3-36)$$

Ubacivanje (3-35) u (3-36) dobivamo:

$$\bar{V}_1 = \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2}\right) \bar{V}_2 + \bar{Z} \bar{I}_2 \quad (3-37)$$

Struja na početku voda iznosi:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{12} + \frac{\bar{Y}}{2} \bar{V}_1 \quad (3-38)$$

Uvrštavanjem (3-33) i (3-34) u (3-36) dobivamo:

$$\bar{I}_1 = \bar{Y} \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{4}\right) \bar{V}_2 + \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2}\right) \bar{I}_2 \quad (3-39)$$

Sada možemo prikazati modelom dvoprilaza s konstantama \overline{ABCD} π – shemu gdje konstante ABCD iznose:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2}\right) \quad \bar{B} = \bar{Z} \quad (3-40)$$

$$\bar{C} = \bar{Y} \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{4}\right) \quad \bar{D} = \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2}\right) \quad (3-41)$$

Budući da je π – shema simetrična, $\bar{A} = \bar{D}$. Determinanta prijenosne matrice u iznosi:

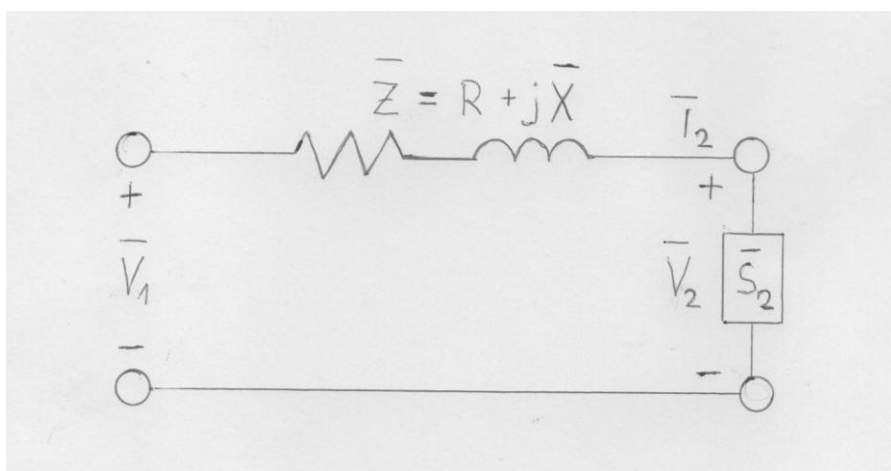
$$AD - BC = 1 \quad (3-42)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D} & -\bar{B} \\ -\bar{C} & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} \quad (3-43)$$

3.3. Model kratkih dalekovoda

Kapacitet se često može zanemariti bez uzrokovanja puno pogreške ako su vodovi kraći od 80 km ili ako napon nije veći od 69 kV. Model kratkih vodova dobiven je množenjem serije imepedancija po jedinici duljine voda.

Model je prikazan na slici 3.5.



Slika 5.4. Model kratkog dalekovoda [1] – slika prilagođena hrvatskim oznakama

Ako je trofazni vod opterećen prividnom snagom $\bar{S}_{2(3\phi)}$ povezan s krajem dalekovoda, krajnja struja \bar{I}_2 dobije se kao:

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{S}_{2(3\phi)}^*}{3\bar{V}_2^*} \quad (3-44)$$

Fazni napon na početku jednak je:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{I}_2 \bar{Z} \quad (3-45)$$

I budući da je zanemaren kapacitet,

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 \quad (3-46)$$

Za kratke dalekovode, uzimajući kao relevantan model dvoprilaza s konstantama ABCD, vrijedi relacija konstani prijenosa:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = 1 \quad \bar{B} = \bar{Z} \quad \bar{C} = 0 \quad \bar{D} = 1 \quad (3-47)$$

4. RJEŠAVANJE ZADATAKA POMOĆU MATLAB-A

Zadatak 1

Duljina 220-kV trofaznog voda je $l = 315$ km. Vod je na kraju opterećen snagom $P_2 = 180$ MW uz $\cos\phi_2 = 0.92$ (induktivno), a linijski napon je $U_2 = 219$ kV. Odrediti napon, struju i snagu na početku voda, ako su parametri voda: $R_1 = 0.08 \Omega/\text{km}$, $X_1 = 0.41 \Omega/\text{km}$, $C_1 = 9 \text{ nF/km}$, $G_1 = 0.05 \mu\text{S/km}$.

Rješenje:

Budući da je riječ o dalekovodu kojem je duljina $l > 250$ km, ovaj se zadatak rješava pomoću dugačkog modela dalekovoda. Zadani su nam podaci na kraju voda pa vrijede sljedeće relacije:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 &= \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2\end{aligned}\quad (3-1)$$

Ili u matičnom obliku

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}\quad (3-2)$$

Za početak, iz zadanog napona U_2 trebamo dobiti \bar{V}_2

$$\begin{aligned}\bar{V}_2 &= \frac{U_2}{\sqrt{3}} < 0^\circ \\ \bar{V}_2 &= \frac{219 \text{ kV}}{\sqrt{3}} < 0^\circ \\ \bar{V}_2 &= 126,44 < 0^\circ [\text{kV}]\end{aligned}$$

Zatim trebamo izračunati struju na kraju voda, I_2 :

$$\begin{aligned}\bar{I}_2 &= \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_2 \cdot \cos\phi_2} \\ \bar{I}_2 &= \frac{180 \text{ MW}}{\sqrt{3} \cdot 219 \text{ kV} \cdot 0.92} \\ \bar{I}_2 &= 515,798 \text{ A} < 0^\circ [\text{A}]\end{aligned}$$

Sad kada smo definirali \bar{V}_2 i \bar{I}_2 , moramo definirati \bar{Z}_c i $\bar{\gamma}$ kako bismo mogli dobiti konstante prijenosne matrice. Oni se definiraju na sljedeći način:

$$\bar{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{\bar{Z}_1 \bar{Y}_1} = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)}\quad (3-12)$$

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Y}_1}}\quad (3-15)$$

$$\omega = 2\pi f$$

U Hrvatskoj je frekvencija 50Hz tako da za sve zadatke uvijek vrijedi da je $\omega = 100 \pi$.

Da bismo odredili \bar{Z}_c i $\bar{\gamma}$, moramo prvo odrediti \bar{Z}_1 i \bar{Y}_1 :

$$\bar{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1$$

$$\bar{Z}_1 = R_1 + jX_1$$

$$\bar{Z}_1 = 0,08 + j 0,41 = 0,418 \angle 78,96^\circ [\omega/km]$$

$$\bar{Y}_1 = G_1 + j\omega C_1$$

$$\bar{Y}_1 = 0,05 * 10^{-6} + j * 100\pi * 9 * 10^{-9}$$

$$\bar{Y}_1 = 0,05 * 10^{-6} + j 2,827 * 10^{-6} = 2,83 * 10^{-6} \angle 88,987^\circ [\frac{S}{km}]$$

Sada možemo izračunati \bar{Z}_c i $\bar{\gamma}$.

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\bar{Z}_1 \bar{Y}_1}$$

$$\bar{\gamma} = \sqrt{0,148 * 2,83 * 10^{-6}} \angle \frac{78,96^\circ + 88,987^\circ}{2}$$

$$\bar{\gamma} = 6,47 * 10^{-4} \angle 83,97^\circ = 6,7967 * 10^{-5} + j6,434 * 10^{-4}$$

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Y}_1}} \quad (3-15)$$

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{0,418}{2,83 * 10^{-6}}} \angle \frac{78,96^\circ - 88,987^\circ}{2}$$

$$\bar{Z}_c = 384,32 \angle -5,01^\circ = 3825,85 - j33.56$$

Sada kada smo definirali sve potrebno, možemo izračunati konstante prijenosne matrice:

$$\bar{A} = \cosh \bar{\gamma} l \quad \bar{B} = \bar{Z}_c \sinh \bar{\gamma} l \quad (3-25)$$

$$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{\gamma} l \quad \bar{D} = \cosh \bar{\gamma} l \quad (3-26)$$

U MATLABu smo definirali sljedeće:

INPUT:

```
I2=515.798
V2=126.44*1000
Zc=3825.85-j*33.56
gamma=6.7967*10^(-5)+j*6.434*10^(-4)
l=315

A=cosh(gamma*l)
B=Zc*sinh(gamma*l)
C=sinh(gamma*l)/Zc
D=cosh(gamma*l)

x=[A,B;C,D]*[V2;l2]
V1=x(1)
l1=x(2)

S1=V1*sqrt(3)*conj(l1)
```

OUTPUT:

```
I2 =
515.7980
V2 =
126440
Zc =
3.8258e+03 - 3.3560e+01i
gamma =
6.7967e-05 + 6.4340e-04i
l =
315

A =
0.9798 + 0.0043i
B =
8.6996e+01 + 7.6956e+02i
C =
5.0199e-06 + 5.2668e-05i
D =
0.9798 + 0.0043i

x =
1.0e+05 *
1.6875 + 3.9748i
0.0051 + 0.0001i

V1 =
1.6875e+05 + 3.9748e+05i
l1 =
5.0599e+02 + 8.8824e+00i
S1 =
1.5401e+08 + 3.4576e+08i
```

Zadatak 2.

Za trofazni dalekovod, nazivnog napona 220 kV, duljine $l=120$ km, zadani su slijedeći podaci: $R_1 = 0.04$ Ω/km , $L_1 = 0.85$ mH/km i $C_1 = 8.2$ nF/km. Ako je napon na kraju voda $U_2 = 222$ kV, te snaga na kraju voda $\bar{S}_2 = 95 + j31$ MVA, odredite napon, struju, snagu i faktor snage na početku voda.

Budući da je duljina voda $80\text{km} < l < 250$, zadatak ćemo riješiti pomoću srednjeg modela dalekovoda. Zadani su nam podaci na kraju voda pa slijede sljedeće relacije:

$$\bar{V}_1 = \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2 \quad (3-1)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

Za početak, iz zadanog napona U_2 trebamo dobiti \bar{V}_2

$$\bar{V}_2 = \frac{U_2}{\sqrt{3}} < 0^\circ$$

$$\bar{V}_2 = \frac{222 \text{ kV}}{\sqrt{3}} < 0^\circ$$

$$\bar{V}_2 = 128,17 < 0^\circ [\text{kV}]$$

Zatim trebamo izračunati struju na kraju voda, I_2 :

$$\bar{I}_2 = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_2 \cdot \cos \varphi}$$

Budući da je $S_2 = P_2 + jQ_2$, vrijedi da je $P_2 = 95 \text{ MW}$, a $Q_2 = 31 \text{ MVar}$.

$$\varphi_2 = \arctg \frac{Q_2}{P_2} = 18,07^\circ$$

$$\cos \varphi_2 = 0,95$$

$$\bar{I}_2 = \frac{95 \text{ MW}}{\sqrt{3} \cdot 222 \text{ kV} \cdot 0.95}$$

$$\bar{I}_2 = 260,07 \text{ A} < 0^\circ [\text{A}]$$

Sada je potrebno odrediti \bar{Z}_1 i \bar{V}_1 :

$$\bar{Z}_1 = (R_1 + j\omega L_1)$$

$$= R_1 + j\bar{X}_1 \quad (3-33)$$

$$\bar{Z}_1 = 0,04 + j * 100\pi * 0,85 * 10^{-3}$$

$$\bar{Z}_1 = 0,04 + j 0,267 = 0,27 < 81,48^\circ \left[\frac{\omega}{\text{km}}\right]$$

$$\bar{Y}_1 = (G_1 + j\omega\bar{C}_1) \quad (3-34)$$

U normalnim se uvjetima G_1 zanemaruje i iznosi 0.

$$\bar{Y}_1 = j100\pi * 8,2 * 10^{-9}$$

$$\bar{Y}_1 = j2,576 * 10^{-6} = 2,576 * 10^{-6} < 90^\circ [S/km]$$

$$\bar{Z} = \bar{Z}_1 * l = 4,8 + j32,04 \omega$$

$$\bar{Y} = \bar{Y}_1 * l = j3,0912 * 10^{-4} S$$

Konstante ABCD iznose:

$$\bar{A} = \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2}\right) \quad \bar{B} = \bar{Z} \quad (3-40)$$

$$\bar{C} = \bar{Y} \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{4}\right) \quad \bar{D} = \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2}\right) \quad (3-41)$$

INPUT:

```
V2=128.17*1000
I2=260.07

Z=4.8*j*32.4
Y=j*3.0912*10^(-4)

A=1+Z*Y/2
B=Z
C=Y*(1+Z*Y/4)
D=A

x=[A,B;C,D]*[V2;I2]
V1=x(1)
I1=x(2)

S1=V1*sqrt(3)*conj(I1)
```

OUTPUT:

```
V2 =
    1.2817e+05
I2 =
    260.0700
Z =
    0.0000e+00 + 1.5552e+02i
Y =
    0.0000e+00 + 3.0912e-04i

A =
    0.9760
B =
    0.0000e+00 + 1.5552e+02i
C =
    0.0000e+00 + 3.0540e-04i
D =
    0.9760

x =
    1.0e+05 *
    1.2509 + 0.4045i
    0.0025 + 0.0004i

V1 =
    1.2509e+05 + 4.0446e+04i
I1 =
    2.5382e+02 + 3.9144e+01i
S1 =
    5.7735e+07 + 9.3003e+06i
```

$$\varphi_1 = \arctg \frac{9,3 * 10^6}{5,77 * 10^7} = 9,156^\circ$$

$$\cos \varphi_1 = 0,987$$

Zadatak 3.

Za trofazni dalekovod, nazivnog napona 10 kV, duljine $l=4.8$ km, zadani su sljedeći podaci: $R_1 = 0.32$ Ω/km , $X_1 = 0.3$ Ω/km . Ako je napon na kraju voda $U_2 = 10$ kV, te snaga na kraju voda $\bar{S}_2 = 1000 + j250$ kVA, odredite napon, struju, snagu i faktor snage na početku voda.

Budući da je duljina voda $l < 80$ km, zadatak ćemo riješiti pomoću kratkog modela dalekovoda. Zadani su nam podaci na kraju voda pa vrijede sljedeće relacije:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 &= \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2\end{aligned}\quad (3-1)$$

Ili u matričnom obliku

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}\quad (3-2)$$

Za početak, iz zadanog napona U_2 trebamo dobiti \bar{V}_2

$$\begin{aligned}\bar{V}_2 &= \frac{U_2}{\sqrt{3}} < 0^\circ \\ \bar{V}_2 &= \frac{10 \text{ kV}}{\sqrt{3}} < 0^\circ \\ \bar{V}_2 &= 5,77 < 0^\circ [\text{kV}]\end{aligned}$$

Zatim trebamo izračunati struju na kraju voda, I_2 :

$$\bar{I}_2 = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U_2 \cdot \cos \varphi}$$

Budući da je $S_2 = P_2 + jQ_2$, vrijedi da je $P_2 = 1000 \text{ kW}$, a $Q_2 = 250 \text{ kVAr}$.

$$\varphi_2 = \arctg \frac{Q_2}{P_2} = 14,036^\circ$$

$$\cos \varphi_2 = 0,97$$

$$\bar{I}_2 = \frac{1000 \text{ kW}}{\sqrt{3} \cdot 10 \text{ kV} \cdot 0.97}$$

$$\bar{I}_2 = 59,52 \text{ A} < 0^\circ [\text{A}]$$

Za kratke dalekovode, uzimajući kao relevantan model dvoprilaza s konstantama ABCD, vrijedi relacija konstani prijenosa:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} = 1 \quad \bar{B} = \bar{Z} \quad \bar{C} = 0 \quad \bar{D} = 1 \quad (3-47)$$

$$\bar{Z}_1 = (R_1 + j\omega L_1)$$

$$= R_1 + j\bar{X}_1 \quad (3-33)$$

$$\bar{Z}_1 = 0,32 + j 0,3$$

$$\bar{Z} = \bar{Z}_1 * l = 1,536 + j1,44 \left[\frac{\omega}{km} \right]$$

INPUT:

OUTPUT:

```
V2=5.77*1000
I2=59.52

A=1
B=1.536+j*1.44
C=0
D=1

x=[A,B;C,D]*[V2;I2]
V1=x(1)
I1=x(2)

S1=V1*sqrt(3)*conj(I1)
```

```
V2 =
    5770
I2 =
    59.5200

A =
     1
B =
    1.5360 + 1.4400i
C =
     0
D =
     1

x =
    1.0e+03 *
    5.8614 + 0.0857i
    0.0595 + 0.0000i

V1 =
    5.8614e+03 + 8.5709e+01i
I1 =
    59.5200
S1 =
    6.0426e+05 + 8.8359e+03i
```

$$\varphi_1 = \arctg \frac{8,84 * 10^3}{6,04 * 10^5} = 0,8385^\circ$$

$$\cos \varphi_1 = 0,99989 \approx 1$$

5. ZAKLJUČAK

U ovom završnom radu najvažniji zadatak bio je upoznati se i prezentirati modele dalekovoda. Kako bi se uveli u te modele, prvo je trebalo definirati i pojasniti parametre koji čine dalekovod. To je pojanjeno kroz poglavlje 2. Zatim su u poglavlju 3. prikazani modeli dalekovoda i njihov prikaz pomoću dvoprilaza. Poglavlje 4. je praktična primjena poglavlja 3. Tu su riješeni zadaci uz pomoć jednadžbi koje su korištene u radu. MATLAB je korišten pri računanju istih, a studentica je u svakome zadatku izračunala sve podatke potrebne za MATLAB, odnosno pokazala način kako doći do nepoznatih parametara koji su potrebni da bi se uvrstila jednadžba u MATLAB.

6. LITERATURA

- [1] Hadi Saadat – Power System Analysis, WCB Mc-Graw-Hill, 1999.
- [2] Privatni foto-album studentice koja je napisala ovaj završni rad
- [3] Mirošević G., Vidaković F. - Projektiranje, gradnja i održavanje dalekovoda, KIGEn d.o.o., 2008.
- [4] Katalog tvrtke Elka - H 08 06 05 07, poglavlje 3., strana 3.
- [5] Lajos Józsa – Parametri nadzemnih vodova, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Elektrotehnički fakultet, Kneza Trpimira 2b, 2006.

7. SAŽETAK

U ovom završnom radu predstavljen je problem modela dalekovoda. Prije svega, pojašnjeni su glavni parametri dalekovoda kako bi se lakše razumio princip rada istih. Nakon toga, sve je smješteno u kontekst dvoprilaza. U ovisnosti o duljini dalekovoda, prikazana su tri modela dalekovoda – dugi, srednji i kratki te su dane jednadžbe da svaki pojedini. Sve su jednadžbe prikazane u matričnom obliku i kao takve su se koristile pri rješavanju zadataka. Za matematički proračun korišten je računalni program MATLAB.

Ključne riječi: dalekovod, modeli dalekovoda, parametri dalekovoda, otpor, induktivitet, kapacitet

In this paper is presented the problem of transmission line models. First of all, the main transmission line parameters are explained so it could be easier to understand the work principle. After, it is all placed in the context of two-port representation. Depending on the transmission line length, are discussed three models of transmission lines – long, medium and short, and are given the equations for each one. All equations are given in matrix form and as such are used for solving numerical problems. For math calculation is used the computer package MATLAB.

Key words: transmission line, transmission line models, transmission line parameters, resistance, inductance, capacitance

8. ŽIVOTOPIS

Zovem se Dora Delalić. Rođena sam 5.11.1991. u Slavonskom Brodu. Završila sam Osnovnu školu "Hugo Badalić" u Slavonskom Brodu 2006. I iste godine upisala Klasičnu gimnaziju Fra Marijana Lanosovića s pravom javnosti u Slavonskom Brodu. Maturirala sam 2010 s odličnim uspjehom. Upisala sam 1. Godinu preddiplomskog sveučilišnog studija elektrotehnike na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Rijeci akademske godine 2010/2011. U akademskoj godini 2011/2012. Prebacila sam se na Fakultet elektrotehnike i računarstva pri Sveučilištu u Zagrebu. Od akademske godine 2012/2013 studentica sam preddiplomskog studija elektrotehnike na Fakultetu elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija u Osijeku pri Sveučilištu J. J. Strossmayera u Osijeku. Udana sam, imam jednog sina i živim u Slavonskom Brodu. Posjedujem vozačku dozvolu B kategorije.